Le cadran solaire inversé de la Cité des sciences et de l'industrie

par Denis Savoie & Marc Goutaudier

Inauguré le 21 septembre 2016, le cadran solaire inversé de la Cité des sciences et de l'industrie à Paris est d'abord un cadran expérimental (fig. 1).

Figure 1 – Vue générale du cadran le jour de l'inauguration devant la Cité des Sciences et de l'Industrie. On voit sur le mur blanc du cadran deux rais de lumière avec leur chiffre ; l'heure se rapproche de midi solaire.

Il est basé sur le principe du cadran dit « invisible », dont le principe, qui remonterait au XVI^e siècle, est le suivant [1] : c'est un mur sur lequel on place un point sans indication chiffrée ; le mur doit être dans l'ombre d'un toit ou d'un auvent épais, qui contient le plan polaire [2], dans lequel on a tracé et évidé des lignes horaires avec leurs chiffres correspondants. Lorsque le Soleil brille, les rayons passent par les ouvertures et font ainsi apparaître sur le mur des faisceaux lumineux avec leurs chiffres. En général, une figure peinte sur le mur montre du doigt l'heure. On le qualifie ou de « cadran invisible » car le mur sur lequel se projette les faisceaux de lumière ne comporte aucune indication horaire (ligne et chiffre) ou également de « cadran sous un toit » en raison de la présence nécessaire d'un auvent au-dessus du mur.

On ne possède réellement qu'un seul témoignage sur la réalisation d'un tel cadran [3] ; mais on ne sait pas finalement si une seule ligne horaire lumineuse se projetait ou bien si l'intégralité de l'éventail horaire était visible. Car il s'agit là d'un parti pris important : ou bien on conçoit un cadran où toutes les lignes (avec leur chiffre indicateur) se projettent ; ou bien une seule ligne n'est visible à un instant donné. Lalande semble prôner cette dernière solution en donnant les éléments nécessaires à l'obtention d'un tel phénomène et sur lequel on reviendra dans la suite de cet article.

La réalisation d'un tel cadran pose plusieurs problèmes qui sont d'abord liés à ses dimensions : l'auvent étant la pièce maîtresse puisqu'elle contient les lignes horaires évidées séparées par la loi des tangentes (de sorte que les lignes 6 h et 18 h n'existent pas tout comme les heures avant 6 h et après 18 h), il faut ajuster le coefficient de tangence de façon à ne

1. Sur l'histoire de ce type de cadran et ses exemplaires historiques, voir Baron de Zach, *Correspondance astronomique, géographique, hydrographique et statistique*, vol. III, Gênes, 1819, p. 56-66. De Zach rappelle que le principe d'un tel cadran est donné dans les *Delitiæ Mathematicæ et Physicæ* de Georg Philip Harsdörffer, Nürnberg, 1651, vol. 2, p. 324 (« *Eine Sonnenuhr unter ein Dache zu richten* »). Harsdörffer affirme avoir vu un tel cadran à Ingolstadt 26 ans auparavant ; De Zach attribue ce cadran à Christoph Scheiner, ce qui est tout à fait plausible au vu des travaux du célèbre astronome en gnomonique. Voir aussi J. Gaupp dans sa *Gnomonica mechanica Universalis*, Lindau, 1711. De Zach raconte incidemment la plaisante histoire de ce savant qui souhaita en 1755 tracer un cadran sous un toit sur une église de la ville d'Altdorf ; mais les ecclésiastiques locaux jugèrent cette proposition *contra orthodoxiam gnomonicam*. Notons que contrairement à ce qu'écrit de Zach, le superbe frontispice de la *Gnomonica universalis* de P. Stengel paru à Augsbourg en 1675 n'est pas un cadran sous un auvent mais un cadran solaire à réflexion (voir D. Savoie, *Frontispices de gnomonique catoptrique*, *Cadran Info* n° 18, octobre 2008, p. 96-97). Voir également E. Zinner, *Deutsche und Niederländische Astronomische Instrumente der 11-18 Jahrunderts*, Beck, 1967, p. 75-76.

2. Polaire signifie que le plan de l'auvent fait ici un angle égal à la latitude du lieu avec le plan horizontal et se trouve aligné dans la direction Nord-Sud géographique. Sur la théorie mathématique de ce cadran, voir D. Savoie, *La Gnomonique*, éd. Les Belles Lettres, Paris, 2007, p. 396-399. Précisons que la déclinaison gnomonique du toit, notée D, n'est pas forcément celle du mur ou du plan sur lequel se projettent les faisceaux de lumière. On peut parfaitement imaginer un auvent polaire répondant à la condition $\tan z = \frac{\tan \varphi}{\cos D}$, projetant des rais de lumière sur un autre plan d'orientation et d'inclinaison quelconques voire sur une surface courbe. Mais il convient de noter que plus la distance entre l'auvent et la surface est grande, plus l'effet de pénombre sur un rai de lumière est sensible.

3. *Cf. supra* sur le cadran hypothétique d'Ingolstadt. Dans le *Mercure de France* de janvier 1758, vol. I, est paru un texte signé Le Prieur de Courte, intitulé « *Lettre à l'auteur du Mercure au sujet d'un cadran singulier* » narrant que M. Bizot, conseiller au présidial de Besançon, a construit un cadran sous un toit dans un quartier de la ville. Le gnomoniste en question est J.-L Bizot ou Bisot (1702-1781), qui a aussi réalisé à Besançon la méridienne de l'hôtel de ville en 1771 (et sans doute réalisé la méridienne de l'église Sainte-Marie Magdeleine). Quelques mois plus tard, en réponse au texte du Mercure, Jérôme de Lalande, dans le Journal des Savants, juin 1758, p. 439-442, a donné une longue explication du cadran, sans toutefois la traduire en formules mathématiques. Dans sa *Bibliographie astronomique*, Paris, 1803, Lalande précise qu'il a vu le cadran en question (p. 358) : « *J'ai vu le cadran de Besançon : c'est le doigt d'un ange gardien, sur lequel arrive l'heure découpée sur le plan incliné du toit. Le tableau a quatre pieds en carré ; l'auvent a trente pouces de long sur un pied de hauteur. Les heures et les demi-heures y sont découpées depuis XI jusqu'à V et elles paraissent lumineuses sur la muraille où l'on a peint un ange gardien montrant le ciel avec le doigt, qui est l'index de l'heure actuelle* ».

pas avoir des lignes trop rapprochées ou un point de lecture trop haut. Par exemple si on avait choisi à la Cité des Sciences de faire figurer les lignes 7 h et 17 h, l'auvent aurait mesuré presque 6 mètres de long. On a donc limité l'éventail horaire à 8 h et 16 h (temps solaire vrai). Sachant que le mur de lecture devait mesurer 3 mètres de haut, on a déterminé que la hauteur (depuis le sol) du point de lecture devait être situé aux environs de 180 cm (fig. 2).

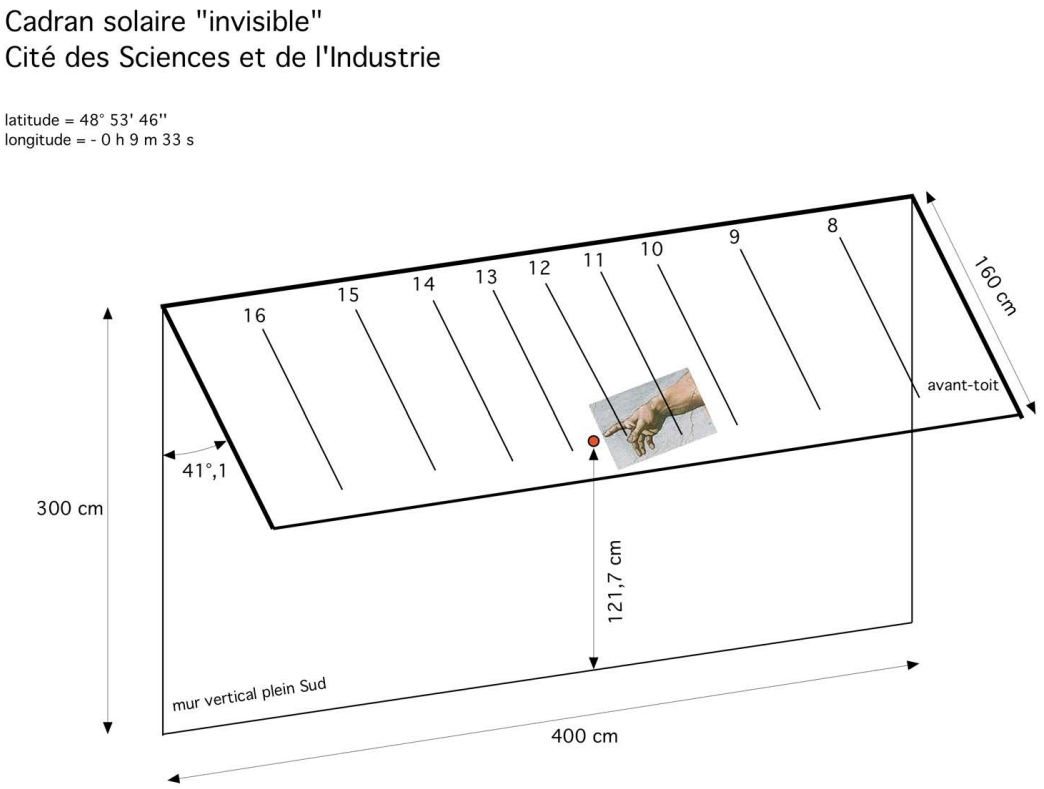

Figure 2 – Dimensions du cadran inversé avec son auvent polaire qui contient les lignes horaires.

Connaissant la latitude du lieu ($\varphi = 48°53'46''$), on a finalement choisi de placer les lignes 9 h et 15 h ($H = \pm 45°$) à 80 cm de part et d'autre de la ligne midi, ce qui nous a donné comme distance du point de lecture 121,7 cm (depuis le sommet du mur, point de jonction avec l'auvent polaire), partant de la formule $[d = \frac{80}{\cos\varphi}]$. Cette constante fixe alors l'espacement des autres lignes, notamment les lignes extrêmes situées à 138,6 cm de part et d'autre de midi. Les dimensions étant arrêtées, il reste deux autres problèmes : l'épaisseur des lignes (donc de l'auvent) et la projection des chiffres d'heures.

Pour des raisons de lisibilité, nous avons choisi à la Cité des sciences de projeter, à un instant donné, deux lignes horaires lumineuses et de faire en sorte que lorsqu'une heure « ronde » approche, une seule ligne soit visible (par exemple « il va être 11 h »). Puis peu de temps après que ce faisceau lumineux (qui se déplace de gauche vers la droite du mur quand on le regarde) ait passé le point indicateur, une nouvelle ligne apparaît sur la gauche du point de lecture, d'abord faiblement lumineuse [4] ; au fur et à mesure que cette nouvelle ligne horaire se rapproche du point de lecture, son intensité lumineuse augmente pour devenir maximale lors du passage sur le point. La ligne précédente s'est entre temps « évanouie », son intensité

4. Un « time-lapse » montrant le fonctionnement du cadran sur une journée complète est visible sur le site de la Commission des cadrans solaires : http://www.commission-cadrans-solaires.fr/?p=2036.

lumineuse diminuant progressivement pour finalement disparaître et laisser place à la ligne suivante, éclatante de lumière (fig. 3).

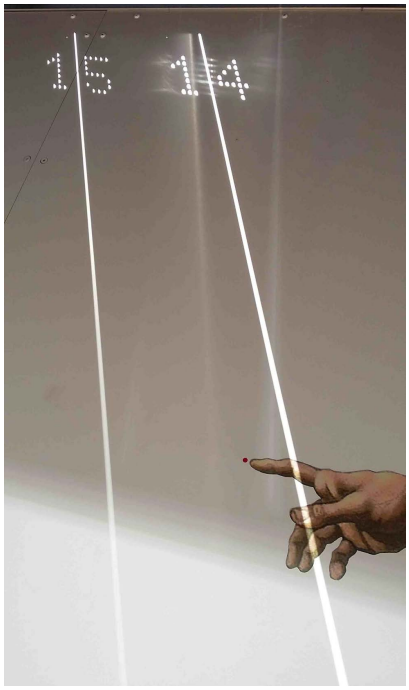

Figure 3 – Sur cette photo, on voir que le rai de lumière 14 h est passé depuis environ 20 minutes. Le rai est encore très lumineux et son épaisseur au sommet est moindre qu'en bas : ceci est dû à l'effet de pénombre. Le rai de 15 h est aussi visible ; son intensité lumineuse va croître plus il va se rapprocher du point rouge indicateur.

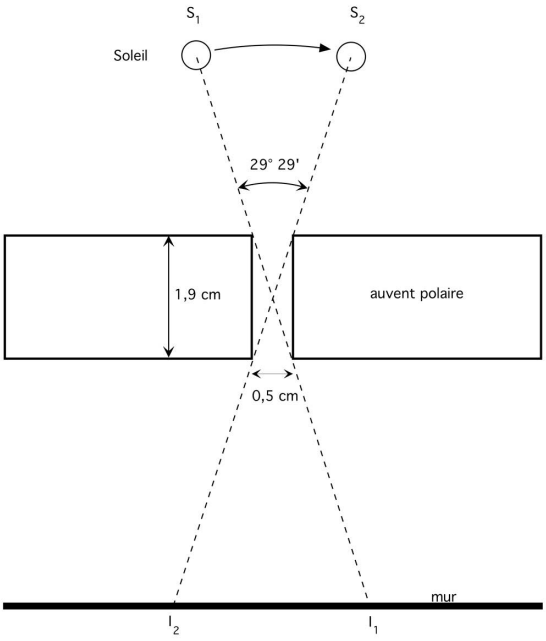

Figure 4 – Coupe transversale de l'auvent au niveau de l'ouverture pour laisser entrer les rayons solaires. Le Soleil se déplaçant de S_1 en S_2 va projeter son image sous la forme d'une droite horaire qui va aller de I_1 en I_2. En prenant 0,5 cm d'espacement pour 1,9 cm d'épaisseur, on obtient un angle de presque 30°, soit 2 heures de présence sur le mur pour le déplacement de I_1 en I_2.

L'inclinaison du rai de lumière par rapport à la verticale varie entre l'instant où il apparaît et l'instant où il disparaît ; l'heure solaire H se lit précisément sur le point de passage, lorsque l'inclinaison H' du rai est exactement égale à $\tan H' = \cos\varphi \tan H$. Comme on le note, cette inclinaison est indépendante de la déclinaison du Soleil, donc de la date.

L'auvent est constitué de dalles, lesquelles sont constituées de deux planches de 1562 mm de long, de 180 mm de large et de 19 mm d'épaisseur, espacées de 5 mm pour chaque ligne horaire (laissant passer un rai de lumière) .

Lalandee [5] estime que l'épaisseur de l'auvent est égale à 8 fois la largeur de la fente, ce qui donne un angle d'environ 7°.12. Pour le cadran de la Cité des sciences, nous avons pris une fente de 0,5 cm de large sur une épaisseur de 1,9 cm, soit un angle de 14°.74. Cet angle correspond à la demi durée d'éclairement d'un rai de lumière sur le mur, soit presque 2 h (fig. 4). Il s'agit là d'un calcul effectué en considérant le centre du Soleil ; dans la réalité, le diamètre apparent du Soleil produit un effet de pénombre (*cf. infra*).

En haut de chaque dalle est encastré un plot horaire nécessaire pour projeter les chiffres de 8 à 16 sur le mur (fig. 5).

5. Jérôme de Lalande, *Journal des Savants*, *op. cit.*, p. 441.

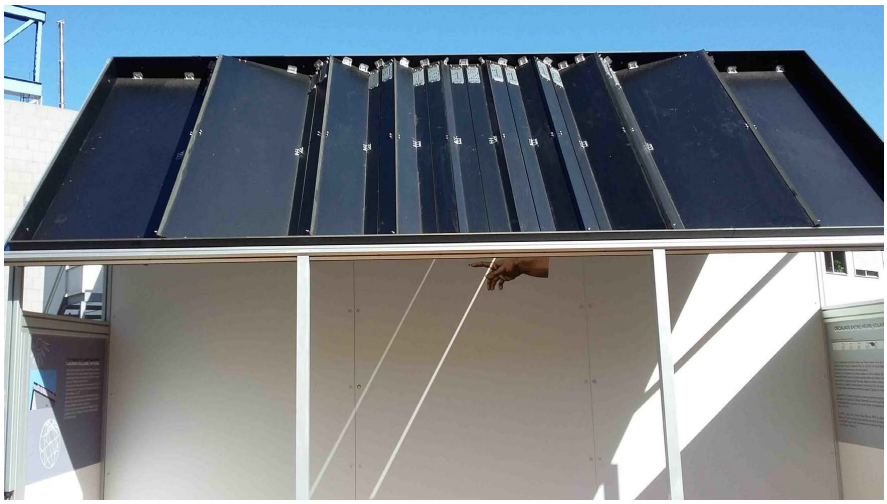

Figure 5 – Vue extérieure de l'auvent. On voit nettement les dalles inclinées, les espacements de 0,5 cm pour laisser passer le Soleil et au sommet les chiffres digitaux.

Les plots horaires sont constitués par un ensemble de trous de 8 mm de diamètre, espacés de 4 mm, percés dans une plaque en métal inoxydable. Afin que le chiffre d'heure apparaisse (et disparaisse) en concomitance avec le rai de lumière, on a placé entre chaque rangée de trous une plaque occultante rectangulaire de 30,4 mm, — en totale cohérence avec la « durée de vie » d'un rai de lumière — de sorte qu'un chiffre est visible sur le cadran quasiment 2 h (fig. 6).

Figure 6 – Vue depuis l'intérieur des chiffres digitaux : les rideaux occultants permettent de synchroniser le chiffre avec l'illumination du rai (soit 2 h) et de limiter à un instant donné la présence d'un chiffre sur le mur.

Les dalles horaires sont tournées autour de l'axe polaire à raison de 15° par heure (12 h = 0°) : midi est plane mais 11 h et 13 h sont tournées de ±15° (vers l'Est pour les dalles du matin, vers l'Ouest pour les dalles de l'après-midi). La difficulté est d'occulter totalement les dalles jointes afin qu'il n'y ait pas de fuite de lumière (fig. 7).

Les plots horaires sont placés le plus haut possible dans l'auvent afin que la distance de projection des chiffres sur le mur soit la plus petite possible : des tests effectués ont montré une dilution des chiffres « digitaux », dus à un effet de pénombre qui les rend illisibles si la distance à la surface de projection est trop grande.

La situation la plus défavorable pour la projection est celle voisine du solstice d'été. Cet effet de pénombre, inévitable, est d'ailleurs bien visible dans les rais de lumière où la partie haute est beaucoup plus nette que la partie basse qui parait diluée (fig. 8).

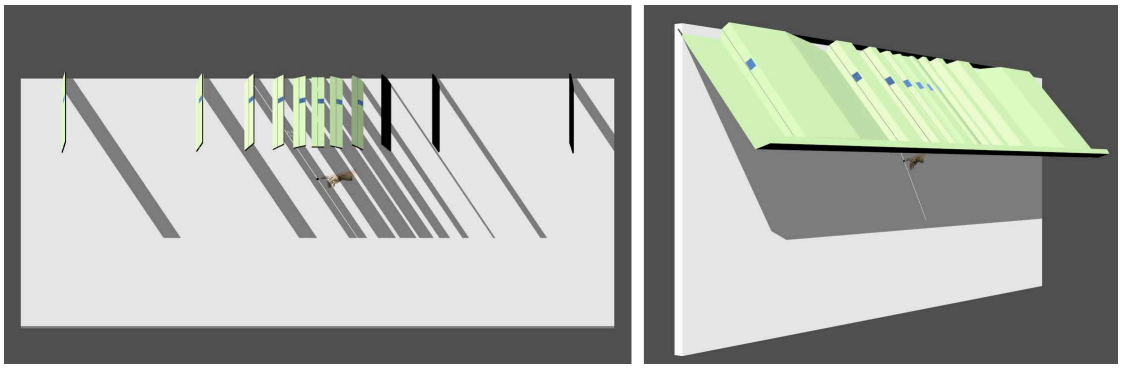

Figure 7 – Principe général de rotation des dalles horaires : à partir de la dalle 12 h, les dalles tournent autour de l'axe polaire à raison de 15° par heure (vers l'Est pour les heures du matin, vers l'Ouest pour celles de l'après-midi). L'espace entre chaque dalle est ensuite comblé pour ne laisser aucune fuite de lumière.

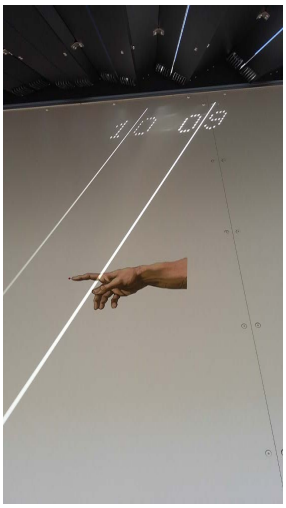

Figure 8 – Le mince pinceau de lumière de la ligne 10 h qui vient d'apparaître avec son chiffre va progresser vers la droite et monter en intensité. Le rai de 9 h va s'éteindre lentement. On remarque la différence d'épaisseur entre le haut et le bas du rai 9 h dû à l'effet de pénombre.

L'ensemble de la structure [6] a été scellé dans un premier temps sur une plaque métallique horizontale de une tonne, puis orienté vers le Sud géographique minutieusement (en utilisant les instants de passage au méridien et aux premiers verticaux).

Une fois l'inclinaison de l'auvent parfaitement réglé, on a pu constater avec plaisir l'excellent fonctionnement du cadran, le rai de lumière « coupant » le point de lecture rouge avec une précision moyenne inférieure à 20 secondes de temps. À droite de ce point, une copie grossie de la main de Dieu et de son index « qui donne », a été extraite de la célèbre fresque de Michel Ange *La Création d'Adam* qui orne la chapelle Sixtine.

Des explications destinées au public (principe, passage du temps solaire au temps légal, lecture entre deux heures rondes) ont été placées sur les parois latérales et il est prévu par la suite un habillage moins austère de l'ensemble de la structure [7].

6. L'intégralité de ce cadran solaire expérimental a été réalisée par les ateliers techniques de la Cité des sciences et de l'industrie, sous la houlette de MM. Barbola, Nouyoux et Sivet.

7. Le cadran inversé est situé à l'Est de la Géode, sur la terrasse Sud de la Cité des Sciences. Il côtoie un autre cadran solaire, armillaire celui-là, qui date de 1989, très difficile à lire (ombre illisible portée sur du plexiglas, instabilité de la fixation du méridien) et qui est totalement déréglé aujourd'hui.